ETH Zürich FS 2020
D-INKF
Prof. J. Teichmann

Koordinator
Konstantin Rusch

Wahrscheinlichkeit & Statistik

Serie 2

1. Wir analysieren ein Tennis-Match von Roger Federer gegen Rafael Nadal. Das Match wird nach der Regel “best of 3” gespielt, d.h. Sieger ist, wer zuerst zwei Sätze gewinnt (es werden also maximal 3 Sätze gespielt). Wir nehmen an, dass Federer jeden einzelnen Satz – unabhängig von den anderen – mit Wahrscheinlichkeit $p = 1/3$ gewinnt. Mit A bezeichnen wir das Ereignis, dass Federer den ersten Satz gewinnt, und B bezeichne das Ereignis, dass Federer das ganze Match (also zwei Sätze) gewinnt.

a) Drücken Sie $A \cup B$, $A^c \cap B$ und $A \cap B^c$ in Worten aus. Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeiten $P[B^c|A]$, $P[B|A]$ und $P[B|A^c]$.

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Federer das Match gewinnt.

c) Berechnen Sie die bedingte Wahrscheinlichkeiten $P[A|B]$ und $P[A|B^c]$ mit Hilfe des Satzes von Bayes.

2. Im Media Markt sind 30 Computer ausgestellt, 10 Hochleistungscomputer (HC) und 20 durchschnittliche Computer (DC). Dabei haben 60% der HC und 70% der DC den gleichen Tower A (das ist das Gehäuse, das den Rechner umschliesst). Nun wird aus der Gesamtheit der Computer einer zufällig ausgewählt. Wir definieren folgende Ereignisse:

$W = \{\text{Der gezogene Computer ist ein DC.}\} \quad B = \{\text{Der gezogene Computer hat den Tower A.}\}.$

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der gezogene Computer ein HC ist oder einer Tower A besitzt?

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass der gezogene Computer ein DC ist, falls er keinen Tower A besitzt?

3. Eine Versicherungsgesellschaft hat zwei Kategorien von AutofahrerInnen unter ihren Versicherten: sichere FahrerInnen mit einer Unfallwahrscheinlichkeit von 0.1 und unsichere FahrerInnen mit einer Unfallwahrscheinlichkeit von 0.5 pro Jahr. Der Anteil der sicheren AutofahrerInnen ist 70%, 30% sind unsicher.

a) Die Gesellschaft möchte wissen, wie wahrscheinlich es ist, dass eine sichere FahrerIn, resp. ein unsichere FahrerIn die nächsten 5 Jahre unfallfrei fährt. Nehme dabei an, dass die Unfälle während verschiedenen Jahren unabhängig sind und mit konstanten Wahrscheinlichkeiten auftreten. Wie gross sind die beiden Wahrscheinlichkeiten?

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine versicherte Person, von der man nicht weiss, zu welcher Kategorie sie gehört, im nächsten Jahr einen Unfall hat?

c) Ein Kunde, der seit einem Jahr bei dieser Versicherungsgesellschaft ist, hat in diesem Jahr einen Unfall gehabt. Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Kunde ein unsicherer Fahrer ist?

d) Wie gross wird die Prämie für den Kunden von Aufgabe (c), wenn die Gesellschaft die Formel

Prämie = Fr. 400.– × *Wahrscheinlichkeit eines Unfalls im nächsten Jahr für diesen Kunden*

verwendet?

4. In zwei verschiedenen Pendlerzügen wurden die insgesamt 780 Pendler gefragt, ob sie an einem bestimmten Morgen im überfüllten Pendlerzug einen Sitzplatz fanden oder nicht. Von den total 520 Leuten in Zug A hatten 70% einen Sitzplatz, von den 260 Leuten in Zug B jedoch nur gerade 50%. Desweiteren wurden die Pendler gefragt, ob sie mit dem Angebot der SBB im Allgemeinen zufrieden seien oder nicht. Die folgende Tabelle beschreibt für jede der vier Kombinationen aus Zug A/Zug B und Sitzplatz/kein Sitzplatz den Anteil der Pendler, die mit den SBB zufrieden sind.

Zufrieden	Zug A	Zug B
Sitzplatz	80%	70%
kein Sitzplatz	30%	40%

a) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Pendler keinen Sitzplatz hatte?

b) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Pendler im Zug A war oder einen Sitzplatz hatte?

c) Wie gross ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Pendler, welcher einen Sitzplatz hatte, zufrieden ist mit den SBB?

d) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Pendler nicht zufrieden ist mit den SBB.